УДК 537.533

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНЖЕКЦИИ И ЗАХВАТА ЭЛЕКТРОНОВ ПУЧКА В МАЛОГАБАРИТНЫХ БЕТАТРОНАХ МЕТОДОМ МАКРОЧАСТИЦ

В.П. Григорьев, В.В. Офицеров, В.А. Семешов

Томский политехнический университет
E-mail: grig@am.tpu.ru

Рассмотрена задача моделирования самосогласованной динамики электронного пучка в малогабаритных бетатронах. Дается описание численной модели, разработанной на основе метода макрочастиц. Приведены результаты моделирования процессов инжекции и захвата электронов в режим ускорения в бетатронах с аксиально-симметричным и несимметричным магнитным полем. Определены оптимальные входные параметры инжекции по энергии и току пучка (20...40 кэВ и 0,1...1,0 А), обеспечивающие максимальное число захваченных электронов. Численно исследованы способы повышения эффективности захвата за счет использования вариации внешнего магнитного поля и дополнительного отбора энергии у захваченных электронов вихревой тормозящей ЭДС. Это позволило увеличить коэффициент захвата с 4 до 7,4 % и захватить в ускорение до $7{,}4\cdot10^{10}$ электронов.

Введение

Широкое использование малогабаритных бетатронов требует существенного повышения интенсивности излучения. Поэтому одной из наиболее важных проблем при создании бетатронов является повышение эффективности захвата электронов в режим ускорения. Известно, что определяющую роль в механизме захвата [1, 2] играет кулоновское взаимодействие электронов пучка. Существующий подход [3, 4] исследования этого механизма захвата в классических бетатронах, основанный на аналитических методах, хорошо описывает физику явления в случае аксиально-симметричных магнитных полей. Это дало возможность получить качественные зависимости параметров захвата в линейном приближении относительно малого параметра $\Delta R/R_0$ в предположении, что ширина вакуумной камеры ΔR значительно меньше радиуса равновесной орбиты R_0.

Данные допущения не применимы в малогабаритных бетатронах, в которых поперечные размеры пучка сравнимы с радиусом равновесной орбиты. Поэтому необходимо разработать методы для получения количественных характеристик параметров захвата, отражающие не только влияние поля пространственного заряда пучка, но и геометрию системы, а также сложный профиль внешнего магнитного поля. Решение этой проблемы наиболее полно можно осуществить на основе численного моделирования с использованием современного метода макрочастиц [5]. Достоинство данного под-

хода заключается в получении наряду с количественными оценками параметров захвата также детальной информации о внутренней структуре пучка. Ниже представлена трехмерная модель захвата электронов в режим ускорения в цилиндрической системе координат $\{r, z, \theta\}$. В модели используется полная система самосогласованной динамики электронного пучка, описывающая физические процессы в общем случае аксиально-несимметричных магнитных полей, которые существенно влияют на эффективность захвата при многооборотной инжекции. Это дает наиболее адекватное описание нелинейной динамики пучка, что особенно важно для малогабаритных бетатронов.

Описание модели

Численная модель разработана на основе описания электронного пучка макрочастицами [6]. Она построена для трехмерной области моделирования, совпадающей с областью ускорительной камеры бетатрона: $D=\{-L\leq z\leq +L,\ R_1\leq r\leq R_2,\ 0\leq\theta\leq 2\pi\}$. Здесь R_1, R_2 – радиусы внутренней и внешней стенок камеры, L – аксиальная полуширина камеры. Макрочастицы имеют вид коаксиальных секторов (рис. 1), содержащих заряд $Q=N_e\cdot e$ и массу $M=N_e\cdot m_e$, где N_e – число электронов в макрочастице; e, m_e – заряд и масса электрона. Они представляют собой укрупненные частицы с удельным зарядом, равным удельному заряду элементарного электрона, и характеризуются координатами $\{r, z, \theta\}$ и скоростями $\{V_r, V_z, V_\theta\}$. Размеры частиц определяются размерами расчетной сетки. Внешнее поле в общем случае описывается аксиальной и радиальной компонентами индукции магнитного поля $B_z^*(r,z,\theta)$, $B_r^*(r,z,\theta)$ и азимутальной компонентой напряженности электрического поля $E_\theta^*(r,z,\theta)$. Таким образом, модель дает трехмерное описание физических процессов как по динамике, так и по полям.

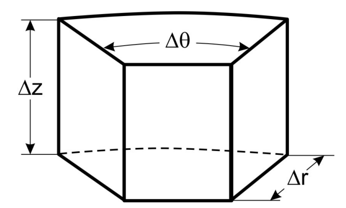


Рис. 1. *Модель макрочастицы*

Динамика макрочастиц описывается нерелятивистскими уравнениями движения электрона [7]:

$$\frac{d^2 r}{dt^2}=\frac{e}{\gamma m_0}\{(r\dot\theta)B_z^*+E_r\}+r\dot\theta^2,$$
$$\frac{d^2 z}{dt^2}=-\frac{e}{\gamma m_0}\{(r\dot\theta)B_r^*+E_z\},\qquad(1)$$
$$\frac{d^2\theta}{dt^2}=\frac{e}{\gamma m_0}\frac{1}{r}\{\dot z B_r^*-\dot r B_z^*+E_\theta^\Sigma\}-\frac{2}{r}(\dot r\dot\theta),$$

где $E_\theta^\Sigma=E_\theta^*+E_\theta$; $\gamma=1\big/\sqrt{1-(V/c)^2}$; $V=|\vec V|$.

Начальные условия определяются параметрами инжектора и задаются в виде:

$$r=R_{\text{ин}},\ z=Z_{\text{ин}},\ \theta=\theta_{\text{ин}},\ V_r=0,\ V_z=0,\ V_\theta=V_{\text{ин}}.$$

Собственное кулоновское поле пучка описывается уравнением Пуассона для скалярного потенциала:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\theta^2}=-\frac{1}{\varepsilon_0}\rho,\qquad(2)$$

где $\varphi=\varphi(r,z,\theta,t)$, $\rho=\rho(r,z,\theta,t)$.

Граничные условия удовлетворяют требованиям идеальной проводимости стенок камеры и периодичности по азимуту:

$$\varphi\big|_s=0,\quad \varphi(r,z,0)=\varphi(r,z,2\pi).$$

Через потенциал вычисляются компоненты напряженности электрического поля пучка:

$$E_r=-\frac{\partial\varphi}{\partial r},\quad E_z=-\frac{\partial\varphi}{\partial z},\quad E_\theta=-\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}.\qquad(3)$$

Замыкают систему уравнение для определения плотности заряда:

$$\rho(M)=\frac{Qn(\Omega)}{\Omega},\qquad(4)$$

где M – узел сетки; Ω – объем ячейки сетки; $n(\Omega)$ – число макрочастиц в Ω.

Моделирование самосогласованной динамики пучка проводится путем численного решения системы уравнений (1–4). На каждом временном шаге по распределению макрочастиц в расчетной области вычисляется сеточная плотность заряда пучка $\rho(r,z,\theta,t)$. После этого решается уравнение Пуассона (2) для потенциала пучка $\varphi(r,z,\theta,t)$, и вычисляются компоненты собственных полей по формулам (3). Уравнения движения (1) интегрируются методом Рунге-Кутта второго порядка точности. В соотношении (4) за принимаем объем, порождаемый ячейкой сетки (рис. 1). Для решения уравнения Пуассона (2) используется итерационная диссипативная разностная схема [8], что позволяет сглаживать присущие моделям макрочастиц вычислительные высокочастотные «шумы» без искажения основных физических процессов. Влиянием собственного магнитного поля на движение электронов в области рассматриваемых параметров можно пренебречь.

Исследование инжекции и захвата электронов в ускорение

При численном моделировании рассматривается инжекция пучка электронов, имеющих кинетическую энергию $W_{\text{ин}}$=20...40 кэВ. Геометрические параметры установки: L=20 мм, R_1=20 мм, R_2=80 мм, R_0=45 мм. Ввод частиц моделируется инжектором, расположенным в медианной плоскости на радиусе $R_{\text{ин}}$=60 мм и имеющим аксиальную ширину $\Delta Z_{\text{ин}}$=10 мм. Компоненты внешнего магнитного поля задаются аналитически. Моделирование проводилось для следующих конфигураций внешнего магнитного поля:

а) Аксиально-симметричное поле. Компоненты магнитного поля представляются в виде:

$$B_z^* = B_z^0 \frac{R_0^n}{r^n}, \quad B_r^* = -B_z^* \frac{nz}{r}, \tag{5}$$

где $B_z^0 = B_z^*(R_0)$ – значение поля B_z^* на равновесной орбите $r=R_0$, $n = -\frac{r}{B_z^*}\cdot\frac{\partial B_z^*}{\partial r}$ – показатель радиального спадания магнитного поля.

б) Поле с азимутальной вариацией. Для четырехсекторного магнитного поля имеем:

$$B_Z^{\text{вар}} = B_Z^*[1+\delta B_Z \cos(4\theta)], \quad B_r^{\text{вар}} = -B_z^{\text{вар}} \frac{nz}{r}, \tag{6}$$

где δB_z – глубина вариации поля.

Результаты моделирования для 4-х вариантов расчетов при токе инжектируемого пучка I=0,5 А и конфигурациях магнитного поля (5–6), таблица, представлены на рис. 2–5. На рисунках приведены конфигурационные портреты пучка в плоскостях $\{r, z\}$ и $\{r, \theta\}$ – (*а*), (*б*), фазовый портрет пучка в $\{r, V_r\}$ – (*в*) и гистограммы распределения электронов в камере по энергии – (*г*).

Таблица. *Основные параметры численных расчетов и числа захваченных электронов $N_{зах}$*

Вариант расчета	Вариация поля δB_z, %	Отбор энергии ΔW, эВ/об.	$N_{зах}\cdot 10^{-10}$			
			0 нс	30 нс	50 нс	150 нс
1	0	0	0	5,5	7,1	4,2
2	50	0	0	8,4	8,1	5,1
3	0	200	0	7,3	9,4	6,3
4	50	200	0	9,1	10,8	7,4

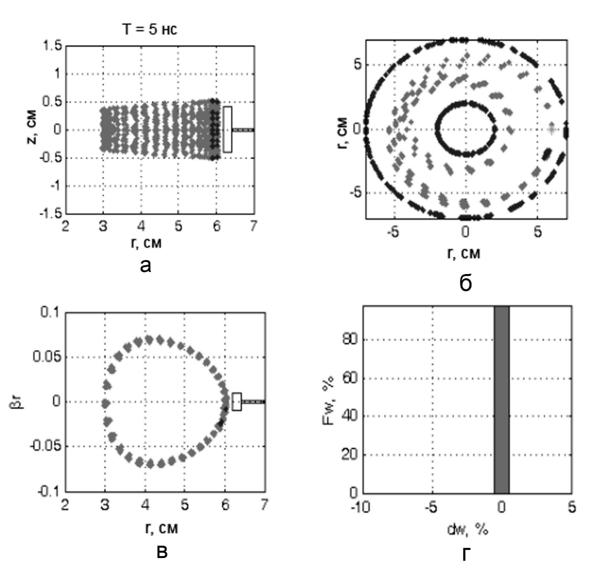


Рис. 2. *Момент инжекции пучка, t=5 нс*

Моделирование инжекции проводится до момента t=50 нс, когда накапливается предельный заряд (≈10^{11} эл.), далее до t=150 нс исследуется процесс захвата в ускорение этого накопленного пучка. При моделировании не учитывается ускорение пучка вихревым полем в виду малости прироста энергии частиц пучка, составляющую сотые доли процента за оборот. Соответственно, внешнее поле считается постоянным во времени. Это вполне оправданное допущение, т. к. за время установления рассматриваемых процессов (t<200 нс), соответствующее 50–100 об., прирост энергии частиц пучка пренебрежимо мал (менее 0,5 %). В процессе численных расчетов ведется контроль сохранения полной энергии системы взаимодействующих частиц, параметры модели обеспечивали сохранение энергии с погрешностью менее 1 %.

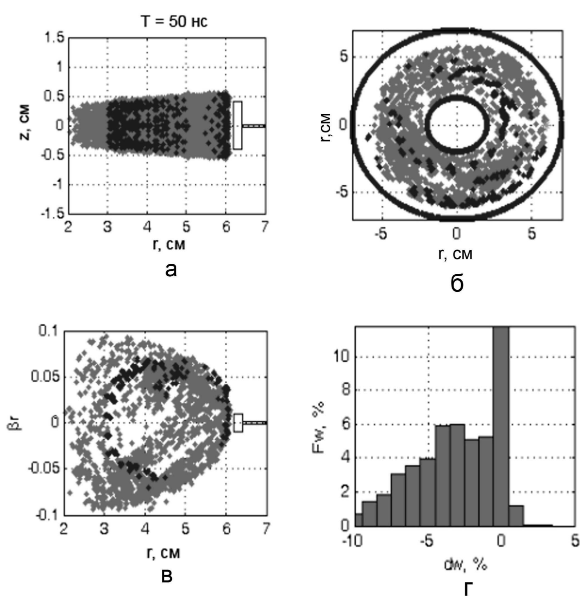


Рис. 3. *Момент инжекции пучка, t=50 нс*

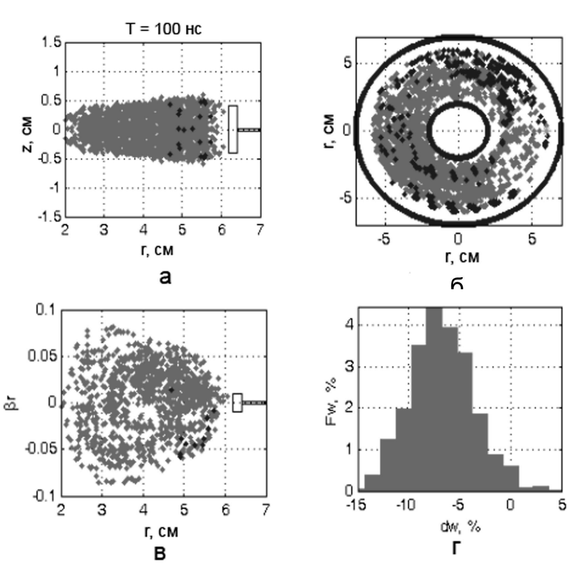


Рис. 4. *Захват пучка при t=100 нс*

В ходе исследований выявлен механизм захвата в ускорение инжектируемого пучка в бетатроне, в котором существенное влияние оказывают поля пространственного заряда пучка. Процесс захвата пучка в ускорение является нестационарным с выходом в устойчивое квазистационарное состояние, характеризуемое отсутствием потерь частиц и сохранением

структуры пучка в координатном и фазовом пространствах (рис. 2–5). В камеру бетатрона вводится моноэнергетичный пучок (рис. 2, *г*). В процессе радиальных колебаний из-за влияния собственных кулоновских полей происходит перераспределение энергии между частицами пучка (рис. 3, *г*). Часть частиц пучка приобретает энергию и высаживается на инжектор и стенки камеры, а другая часть пучка теряет энергию и захватывается в ускорение (рис. 4, *г* – 5, *г*). Потери энергии у захваченных электронов составляют до 15 % от энергии инжекции, это обеспечивает им радиальный отход от инжектора (рис. 5, *а*).

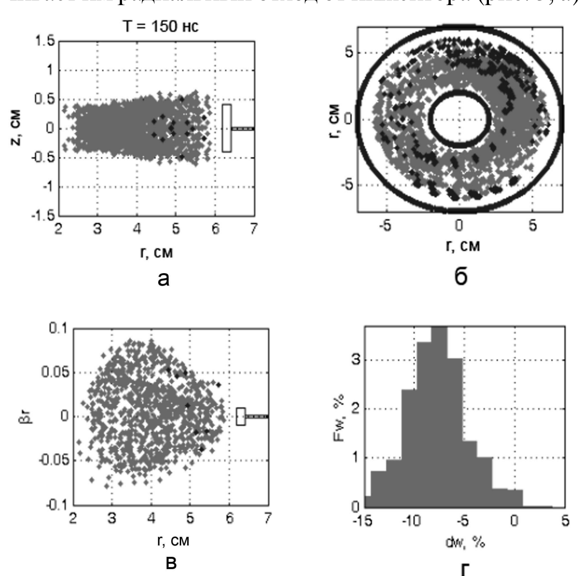


Рис. 5. *Захват пучка при t=150 нс*

При энергии инжекции $W_{ин}$=40 кэВ в объеме камеры накапливается заряд, соответствующий $N_{нак}\approx 7\cdot 10^{10}$ эл., захватывается в ускорение $N_{зах}\approx 4\cdot 10^{10}$ эл. Результаты моделирования по величине захваченного заряда совпадают в пределах порядка с экспериментальными данными [2, 9]. Из результатов расчетов (таблица) следует, что повысить эффективность захвата можно путем дополнительного отбора энергии пучка тормозящей вихревой ЭДС и вариацией внешнего магнитного поля. Более существенное повышение эффективности захвата достигается отбором энергии пучка. Отбор энергии в 200 эВ/об. позволяет захватить в ускорение $N_{зах}\approx 6\cdot 10^{10}$ электронов, при этом коэффициент захвата увеличивается в 1,5 раза. Совместное применение вариации поля и тормозящей ЭДС обеспечивает максимальные параметры захвата: $N_{зах}\approx 7,4\cdot 10^{10}$ эл., $K_{зах}\approx 7,4$ %. Коэффициент захвата рассчитывается по формуле [4]: $K_{зах}=N_{зах}/N_{мах}$, где $N_{мах}$ – максимальное число электронов, удерживаемых в камере бетатрона внешним магнитным полем. Для вышеприведенных параметров бетатрона значение $N_{мах}\approx 1\cdot 10^{12}$ электронов.

Выводы

1. Разработана численная модель самосогласованной динамики электронного пучка в малогабаритных бетатронах, описывающая физические процессы как в аксиально-симметричных, так и несимметричных магнитных полях.
2. Моделирование процессов инжекции и захвата в ускорение в малогабаритном бетатроне выявили оптимальные значения тока инжектируемого пучка 0,1...1,0 А при энергии 20...40 кэВ. При значениях тока инжекции ниже 0,1 А можно пренебречь влиянием собственных полей на динамику пучка, а ток 1 А является предельным, выше которого будет происходить образование «виртуального» катода у инжектора.
3. В ходе численных экспериментов установлено, что существенную роль в захвате пучка играют собственные кулоновские поля, обусловленные радиальной неоднородностью плотности заряда. Получены значения предельного заряда, накапливаемого при инжекции ($7\cdot 10^{10}$ эл.) и захваченного в ускорение ($4\cdot 10^{10}$ эл.).
4. Исследованы возможности повышения эффективности захвата путем вариации внешнего магнитного поля и отбора энергии пучка тормозящей вихревой ЭДС. Так, при энергии электронов 40 кэВ и величине отбора энергии 200 эВ/об., эффективность захвата повышается в 1,5 раза, что позволяет захватить в ускорение $6\cdot 10^{10}$ эл. Максимальные параметры захвата получены при совместном применении вариации внешнего магнитного поля и тормозящей ЭДС: $N_{зах}\approx 7,4\cdot 10^{10}$ эл., $K_{зах}\approx 7,4$ %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воробьев А.А., Кононов Б.А., Евстигнеев В.В. Электронные пучки бетатронов. – М.: Атомиздат, 1974. – 152 с.
2. Москалев В.А. Бетатроны. – М.: Энергоиздат, 1981. – 282 с.
3. Матвеев А.Н. О механизме захвата и предельном токе в бетатронах // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1958. – Т. 35. – № 2. – С. 372–380.
4. Коврижных Л.М., Лебедев А.Н. Учет коллективного взаимодействия электронов в циклических ускорителях // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1958. – Т. 34. – № 4. – С. 984–992.
5. Антошкин М.Ю., Григорьев В.П., Коваль Т.В., Саблин Н.И. Численная модель для исследования возбуждения аксиально-несимметричных волн в коаксиальных виркаторах // Радиотехника и электроника. – 1995. – № 8. – С. 1300–1305.
6. Хокни Р., Иствуд Дж. Численное моделирование методом частиц. – М.: Мир, 1987. – 640 с.
7. Брук Г. Циклические ускорители заряженных частиц. – М.: Атомиздат, 1970. – 311 с.
8. Офицеров В.В. Численное моделирование нестационарных процессов в циклических индукционных ускорителях // Вычислительные технологии. – 2003. – Т. 8. – № 6. – С. 322–330.
9. Касьянов В.А., Штейн М.М., Чахлов В.Л. Формирование в бетатроне фокусного пятна тормозного излучения малых размеров // Приборы и техника эксперимента. – 1998. – № 1. – С. 41–42.

Поступила 11.10.2006 г.